CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală, 19.02.2017

Filiera teoretică: profil umanist
Clasa a X-a

1. Ordonaţi crescător numerele:

a) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \log_3 2, \sqrt[6]{6}, \frac{1}{2}$.

b) Demonstraţi că numărul $\sqrt{3-\sqrt{29-12\sqrt{5}}}-\sqrt{5} \in Z$.

2. Rezolvaţi în R ecuaţiile:

1) $(\sqrt{5+2\sqrt{6}})^x + (\sqrt{5-2\sqrt{6}})^x = 10$.

2) $\sqrt{x+7-6\sqrt{x-2}} + \sqrt{x+23-10\sqrt{x-2}} = 2$.

3. a) Calculaţi suma $\log_2 \frac{1}{2} + \log_2 \frac{2}{3} + \log_2 \frac{3}{4} + \ldots + \log_2 \frac{1023}{1024}$.

b) Se consideră numărul real $a = \log_3 2$. Exprimaţi numărul $x = \log_{18} 3$ în funcţie de a.

4. Arătaţi că:

a) $\log_a b + \log_b a \geq 2, \forall a, b > 0, a, b \neq 1 \log_a b + \log_b a \geq 2, (\forall) a, b \in (0,1)$ sau $a, b \in (1, +\infty)$

b) $\log_a \frac{3abc}{ab+ac+bc} + \log_b \frac{3abc}{ab+ac+bc} + \log_c \frac{3abc}{ab+ac+bc} \geq 3$, ştiind că $a, b, c \in (0,1)$.

Notă:
Timp de lucru 3 ore.
Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.